

---

## Programme du 30 novembre au 11 décembre

---

**Ensembles.** Inclusion, égalité d'ensembles, complémentaire, intersection et union de deux parties, et plus généralement d'une famille de parties. Produit cartésien de deux ensembles, et plus généralement d'une famille d'ensembles.

**Applications.** Image, antécédent d'un point par une application. Prolongement et restriction d'applications. Image directe, image réciproque d'un ensemble. Notions d'injectivité, de surjectivité, de bijectivité. Composition d'ensembles.

### Questions de cours.

- Résoudre une équation différentielle linéaire de second ordre à coefficients constants réels avec un second membre du type  $x \mapsto \mu e^{dx}$ , avec  $(\mu, d) \in \mathbf{R}$  (équation différentielle choisie par le colleur) : **uniquement la première semaine.**
- Donner les définitions d'image directe et d'image réciproque d'une partie par une application. Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles,  $f : E \longrightarrow F$ ,  $A \in \mathcal{P}(E)$  et  $B \in \mathcal{P}(F)$ . Comparer les parties  $A$  et  $f^{-1}(f(A))$ , puis les parties  $B$  et  $f(f^{-1}(B))$ .
- Déterminer la nature de la composée de deux applications injectives, resp. surjectives, resp. bijectives.
- Soit  $(A_i)_{i \in I}$  une famille de parties d'un ensemble  $E$ . Définir la réunion  $\bigcup_{i \in I} A_i$  et l'intersection  $\bigcap_{i \in I} A_i$  de ces parties. Soit  $A$  et  $B$  deux parties de  $E$ . Montrer que  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .
- Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  trois ensembles, et soient  $f \in F^E$ ,  $g \in G^F$ . Montrer que si  $g \circ f$  est injective, alors  $f$  est injective, puis montrer que si  $g \circ f$  est surjective, alors  $g$  est surjective.
- Donner des exemples d'applications : injectives et non surjective, surjective et non injective, ni surjective ni injective, bijective. Montrer que l'application  $\ln$  est une bijection de  $\mathbf{R}$  sur  $\mathbf{R}$ , et déterminer sa fonction réciproque en terme de la fonction  $\ln$  : **uniquement la deuxième semaine.**

---

## Programme du 30 novembre au 11 décembre

---

**Ensembles.** Inclusion, égalité d'ensembles, complémentaire, intersection et union de deux parties, et plus généralement d'une famille de parties. Produit cartésien de deux ensembles, et plus généralement d'une famille d'ensembles.

**Applications.** Image, antécédent d'un point par une application. Prolongement et restriction d'applications. Image directe, image réciproque d'un ensemble. Notions d'injectivité, de surjectivité, de bijectivité. Composition d'ensembles.

### Questions de cours.

- Résoudre une équation différentielle linéaire de second ordre à coefficients constants réels avec un second membre du type  $x \mapsto \mu e^{dx}$ , avec  $(\mu, d) \in \mathbf{R}$  (équation différentielle choisie par le colleur) : **uniquement la première semaine.**
- Donner les définitions d'image directe et d'image réciproque d'une partie par une application. Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles,  $f : E \longrightarrow F$ ,  $A \in \mathcal{P}(E)$  et  $B \in \mathcal{P}(F)$ . Comparer les parties  $A$  et  $f^{-1}(f(A))$ , puis les parties  $B$  et  $f(f^{-1}(B))$ .
- Déterminer la nature de la composée de deux applications injectives, resp. surjectives, resp. bijectives.
- Soit  $(A_i)_{i \in I}$  une famille de parties d'un ensemble  $E$ . Définir la réunion  $\bigcup_{i \in I} A_i$  et l'intersection  $\bigcap_{i \in I} A_i$  de ces parties. Soit  $A$  et  $B$  deux parties de  $E$ . Montrer que  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .
- Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  trois ensembles, et soient  $f \in F^E$ ,  $g \in G^F$ . Montrer que si  $g \circ f$  est injective, alors  $f$  est injective, puis montrer que si  $g \circ f$  est surjective, alors  $g$  est surjective.
- Donner des exemples d'applications : injectives et non surjective, surjective et non injective, ni surjective ni injective, bijective. Montrer que l'application  $\ln$  est une bijection de  $\mathbf{R}$  sur  $\mathbf{R}$ , et déterminer sa fonction réciproque en terme de la fonction  $\ln$  : **uniquement la deuxième semaine.**