
Programme du 11 janvier au 15 janvier

Réels. Partie majorée, minorée, bornée. Plus grand élément et plus petit élément. Borne supérieure et borne inférieure. Théorème de la borne supérieure. Caractérisation séquentielle de la borne supérieure et de la borne inférieure. Parties convexes de $\mathbf{R}$. Partie entière. Approximations décimales d'un réel par défaut et par excès.

Suites réelles et complexes. Vocabulaire général sur les suites (suite monotone, suite bornée, etc.) Convergence et divergence des suites réelles, opérations sur les limites. Passage à la limite dans une inégalité. Suites classiques (arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, linéaires récurrentes d'ordre 2). Théorèmes d'existence d'une limite (encadrement, majoration, minoration, limite monotone, théorème de convergence des suites adjacentes). Suites complexes.

Questions de cours.

- Définir la notion de plus grand élément et celle de borne supérieure d'une partie A de $\mathbf{R}$. Énoncer le théorème de la borne supérieure. Montrer que si une partie A de $\mathbf{R}$ admet un plus grand élément a , alors a est la borne supérieure de A . Montrer que $\sup([0; 1]) = 1$.
- Définition de la convergence. Démontrer avec la définition la convergence d'une suite donnée par le colleur.
- Montrer que si une suite réelle u tend vers $-\infty$ ou vers un réel $\ell < 0$, alors $u_n < 0$ au delà d'un certain rang.
- Soient u, v deux suites réelles convergentes, de limites respectives ℓ et ℓ' . On suppose que pour tout entier naturel n , $u_n \leq v_n$. Montrer que $\ell \leq \ell'$. Peut-on préciser cette proposition avec des inégalités strictes ?
- Énoncer le théorème de la limite monotone. Le démontrer dans le cas d'une suite croissante.
- Soit u une suite réelle. Que peut-on affirmer si les suites extraites $(u_{2n})_{n \in \mathbf{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ convergent vers une même limite ? Démontrer ce résultat.

Programme du 18 janvier au 22 janvier

Suites réelles et complexes. Vocabulaire général sur les suites (suite monotone, suite bornée, etc.) Convergence et divergence des suites réelles, opérations sur les limites. Passage à la limite dans une inégalité. Suites classiques (arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, linéaires récurrentes d'ordre 2). Théorèmes d'existence d'une limite (encadrement, majoration, minoration, limite monotone, théorème de convergence des suites adjacentes). Suites complexes.

Relations de comparaison : domination, négligeabilité, équivalence. Comparaison des suites usuelles : $(\ln(n)^\beta)$, (n^α) et (a^n) . Opérations sur les équivalents : produit, quotient, puissance. Propriétés conservées par équivalence : signe et limite. Équivalents usuels $(\sin(u_n), 1 - \cos(u_n), \tan(u_n), \operatorname{sh}(u_n), 1 - \operatorname{ch}(u_n), \ln(1 + u_n), (1 + u_n)^\alpha - 1, e^{u_n} - 1)$.

Questions de cours.

- Définition de la convergence. Démontrer avec la définition la convergence d'une suite donnée par le colleur.
- Montrer que si une suite réelle u tend vers $-\infty$ ou vers un réel $\ell < 0$, alors $u_n < 0$ au delà d'un certain rang.
- Soient u, v deux suites réelles convergentes, de limites respectives ℓ et ℓ' . On suppose que pour tout entier naturel n , $u_n \leq v_n$. Montrer que $\ell \leq \ell'$. Peut-on préciser cette proposition avec des inégalités strictes ?
- Énoncer le théorème de la limite monotone. Le démontrer dans le cas d'une suite croissante.
- Soit u une suite réelle. Que peut-on affirmer si les suites extraites $(u_{2n})_{n \in \mathbf{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n \in \mathbf{N}}$ convergent vers une même limite ? Démontrer ce résultat.
- Énoncer les équivalents usuels puis déterminer un équivalent des suites u et v de termes généraux $u_n = (1 - \frac{1}{n})^n$ et $v_n = \ln(\sin(e^{-n}))$.