
Programme du 22 mars au 02 avril

Dérivabilité. Dérivabilité en un point, nombre dérivé. Dérivabilité à gauche, à droite. Caractérisation de la dérivabilité par l'existence d'un développement limité à l'ordre 1. La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité sur un intervalle. Opérations sur les fonctions dérivables en un point ou sur un intervalle : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

Propriétés des fonctions dérivables : condition nécessaire d'extremum en un point intérieur. Théorème de Rolle. Égalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis : toute fonction dérivable sur un intervalle dont la dérivée est bornée est lipschitzienne. Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables. Théorème de limite de la dérivée.

Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Opérations sur les fonctions de classe $\mathcal{C}^k$: combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Cas des fonctions à valeurs complexes.

Probabilités sur un univers fini. Expérience aléatoire, univers des possibles, événements. Probabilité sur un univers fini. Équiprobabilité. Probabilité d'une réunion, de l'événement contraire, croissance. Probabilités conditionnelles : définition, formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes. Indépendance : couple d'événements indépendants ; famille finie d'événements mutuellement indépendants.

Questions de cours

1. Énoncer et démontrer la condition nécessaire d'extremum en un point intérieur. Énoncer le théorème de Rolle.
2. Énoncer le théorème de l'égalité des accroissements finis. Montrer que pour tout $x \in \mathbf{R}$, $\frac{1}{x+1} < \ln(1+x) - \ln(x) < \frac{1}{x}$.
3. Donner la définition de la notion de fonction lipschitzienne. Énoncer et démontrer l'inégalité des accroissements finis.
4. Énoncer la formule de Leibniz, et la mettre en œuvre sur un exemple donné par le colleur du type polynôme fois exponentielle.
5. Probabilité sur un univers fini : définition, démonstration des relations $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$, et $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$ pour deux événements quelconques A et B .
6. Définition de la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}_B(A)$ pour deux événements A et B , avec $\mathbb{P}(B) \neq 0$. Démonstration du fait que $\mathbb{P}_B$ une probabilité sur l'univers d'origine.

Programme du 22 mars au 02 avril

Dérivabilité. Dérivabilité en un point, nombre dérivé. Dérivabilité à gauche, à droite. Caractérisation de la dérivabilité par l'existence d'un développement limité à l'ordre 1. La dérivabilité entraîne la continuité.

Dérivabilité sur un intervalle. Opérations sur les fonctions dérivables en un point ou sur un intervalle : combinaison linéaire, produit, quotient, composée, réciproque.

Propriétés des fonctions dérivables : condition nécessaire d'extremum en un point intérieur. Théorème de Rolle. Égalité des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis : toute fonction dérivable sur un intervalle dont la dérivée est bornée est lipschitzienne. Caractérisation des fonctions constantes, croissantes, strictement croissantes parmi les fonctions dérivables. Théorème de limite de la dérivée.

Fonctions de classe $\mathcal{C}^k$. Opérations sur les fonctions de classe $\mathcal{C}^k$: combinaison linéaire, produit (formule de Leibniz), quotient, composition, réciproque.

Cas des fonctions à valeurs complexes.

Probabilités sur un univers fini. Expérience aléatoire, univers des possibles, événements. Probabilité sur un univers fini. Équiprobabilité. Probabilité d'une réunion, de l'événement contraire, croissance. Probabilités conditionnelles : définition, formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes. Indépendance : couple d'événements indépendants ; famille finie d'événements mutuellement indépendants.

Questions de cours

1. Énoncer et démontrer la condition nécessaire d'extremum en un point intérieur. Énoncer le théorème de Rolle.
2. Énoncer le théorème de l'égalité des accroissements finis. Montrer que pour tout $x \in \mathbf{R}$, $\frac{1}{x+1} < \ln(1+x) - \ln(x) < \frac{1}{x}$.
3. Donner la définition de la notion de fonction lipschitzienne. Énoncer et démontrer l'inégalité des accroissements finis.
4. Énoncer la formule de Leibniz, et la mettre en œuvre sur un exemple donné par le colleur du type polynôme fois exponentielle.
5. Probabilité sur un univers fini : définition, démonstration des relations $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$, $\mathbb{P}(\bar{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$, et $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$ pour deux événements quelconques A et B .
6. Définition de la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}_B(A)$ pour deux événements A et B , avec $\mathbb{P}(B) \neq 0$. Démonstration du fait que $\mathbb{P}_B$ une probabilité sur l'univers d'origine.