
Programme du 05 avril au 30 avril

Polynômes. Polynômes à coefficients dans $\mathbf{K}$, somme, produit, composée. Degré, coefficient dominant. Degré d'une somme et d'un produit. Fonction polynomiale associée à un polynôme.

Divisibilité dans $\mathbf{K}[X]$, division euclidienne.

Dérivation dans $\mathbf{K}[X]$: dérivation formelle, linéarité, dérivée d'un produit, dérivée k -ième, formule de Taylor. Racine d'un polynôme. Multiplicité. Caractérisation avec les dérivées successives. Polynôme scindé sur $\mathbf{K}$, relations coefficients-racines (ne concernent que la somme et le produit).

Polynômes irréductibles. Théorème de D'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de $\mathbf{C}[X]$, de $\mathbf{R}[X]$ et décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$.

Questions de cours

1. Soit $P \in \mathbf{K}[X]$. Notons $\tilde{P}$ la fonction polynomiale associée à P . Montrer que $\tilde{P}(a) = 0 \iff (X - a) \mid P$.
2. Énoncer la caractérisation de la multiplicité des racines avec l'annulation des polynômes dérivés. Montrer que le polynôme $P = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} X^k$ n'a que des racines simples.
3. Définir la notion de polynôme irréductible dans $\mathbf{K}[X]$. Donner les polynômes irréductibles de $\mathbf{C}[X]$ et les polynômes irréductibles de $\mathbf{R}[X]$. Factoriser dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$ un polynôme du type $X^n + a$ donné par le colleur.
4. Énoncer les relations liant les coefficients d'un polynôme scindé avec la somme et le produit de ses racines. Application au calcul de la somme et du produit des racines n -ièmes de l'unité.

Savoir-faire

1. Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $A \cos(x - \phi)$.
2. Linéarisation d'une expression trigonométrique.
3. Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ ou $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$.
4. Calcul des racines carrées d'un nombre complexes.
5. Calcul des racines n -ièmes d'un nombre complexes.
6. Calcul du terme général d'une suite récurrence linéaire d'ordre 2.

Programme du 05 avril au 30 avril

Polynômes. Polynômes à coefficients dans $\mathbf{K}$, somme, produit, composée. Degré, coefficient dominant. Degré d'une somme et d'un produit. Fonction polynomiale associée à un polynôme.

Divisibilité dans $\mathbf{K}[X]$, division euclidienne.

Dérivation dans $\mathbf{K}[X]$: dérivation formelle, linéarité, dérivée d'un produit, dérivée k -ième, formule de Taylor. Racine d'un polynôme. Multiplicité. Caractérisation avec les dérivées successives. Polynôme scindé sur $\mathbf{K}$, relations coefficients-racines (ne concernent que la somme et le produit).

Polynômes irréductibles. Théorème de D'Alembert-Gauss. Polynômes irréductibles de $\mathbf{C}[X]$, de $\mathbf{R}[X]$ et décomposition en facteurs irréductibles dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$.

Questions de cours

1. Soit $P \in \mathbf{K}[X]$. Notons $\tilde{P}$ la fonction polynomiale associée à P . Montrer que $\tilde{P}(a) = 0 \iff (X - a) \mid P$.
2. Énoncer la caractérisation de la multiplicité des racines avec l'annulation des polynômes dérivés. Montrer que le polynôme $P = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} X^k$ n'a que des racines simples.
3. Définir la notion de polynôme irréductible dans $\mathbf{K}[X]$. Donner les polynômes irréductibles de $\mathbf{C}[X]$ et les polynômes irréductibles de $\mathbf{R}[X]$. Factoriser dans $\mathbf{C}[X]$ et dans $\mathbf{R}[X]$ un polynôme du type $X^n + a$ donné par le colleur.
4. Énoncer les relations liant les coefficients d'un polynôme scindé avec la somme et le produit de ses racines. Application au calcul de la somme et du produit des racines n -ièmes de l'unité.

Savoir-faire

1. Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $A \cos(x - \phi)$.
2. Linéarisation d'une expression trigonométrique.
3. Calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kt)$ ou $\sum_{k=0}^n \sin(kt)$.
4. Calcul des racines carrées d'un nombre complexes.
5. Calcul des racines n -ièmes d'un nombre complexes.
6. Calcul du terme général d'une suite récurrence linéaire d'ordre 2.