Dérivées et primitives usuelles

1 Dérivées usuelles

1.1 Formules de dérivation

Soit I un intervalle de $\mathbf{R}$, λ un réel et $f : I \longrightarrow \mathbf{R}$, $g : I \longrightarrow \mathbf{R}$ dérivables.

La fonction $f+g$ est dérivable et $\boxed{(f+g)' = f' + g'}$

La fonction λf est dérivable et $\boxed{(\lambda f)' = \lambda f'}$

La fonction fg est dérivable et $\boxed{(fg)' = f'g + fg'}$

Si g ne s'annule pas, la fonction $\dfrac{f}{g}$ est dérivable et $\boxed{\left(\dfrac{f}{g}\right) = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}}$

Soit I, J deux intervalles de $\mathbf{R}$, f une fonction définie sur I à valeurs dans J, dérivable, et g une fonction à valeurs réelles définie sur J, dérivable.

La fonction $g \circ f$ est dérivable et $\boxed{(g \circ f)' = f'(g' \circ f)}$

1.2 Dérivées des fonctions usuelles

Dans ce tableau, on donne les expressions formelles des dérivées usuelles, où $\alpha \in \mathbf{R}$ et $\beta \in \mathbf{R}^{+\star}$.

Fonction	Dérivée
$x \longmapsto x^\alpha$	$x \longmapsto \alpha x^{\alpha-1}$
$x \longmapsto \ln(x)$	$x \longmapsto \dfrac{1}{x}$
$x \longmapsto \mathrm{e}^x$	$x \longmapsto \mathrm{e}^x$
$x \longmapsto \beta^x$	$x \longmapsto \ln(\beta)\beta^x$
$x \longmapsto \sin(x)$	$x \longmapsto \cos(x)$
$x \longmapsto \cos(x)$	$x \longmapsto -\sin(x)$
$x \longmapsto \tan(x)$	$x \longmapsto \dfrac{1}{\cos(x)^2}$, $x \longmapsto 1 + \tan^2(x)$
$x \longmapsto \mathrm{sh}(x)$	$x \longmapsto \mathrm{ch}(x)$
$x \longmapsto \mathrm{ch}(x)$	$x \longmapsto \mathrm{sh}(x)$
$x \longmapsto \mathrm{Arcsin}(x)$	$x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \longmapsto \mathrm{Arccos}(x)$	$x \longmapsto \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$x \longmapsto \mathrm{Arctan}(x)$	$x \longmapsto \dfrac{1}{1+x^2}$

2 Primitives usuelles

Dans ce tableau, $n \in \mathbf{N}$, $p \in \mathbf{Z} \backslash \{-1\}$, $q \in \mathbf{R} \backslash \{-1\}$. Le domaine de validité désigne les intervalles sur lesquels les primitives des fonctions réelles considérées sont valides.

Fonction	Primitive	Domaine de validité
$x \longmapsto x^n$	$x \longmapsto \dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto x^p$	$x \longmapsto \dfrac{x^{p+1}}{p+1}$	$\mathbf{R}^{+\star}$ ou $\mathbf{R}^{-\star}$
$x \longmapsto x^q$	$x \longmapsto \dfrac{x^{q+1}}{q+1}$	$\mathbf{R}^{+\star}$
$x \longmapsto \dfrac{1}{x}$	$x \longmapsto \ln(\lvert x\rvert)$	$\mathbf{R}^{+\star}$ ou $\mathbf{R}^{-\star}$
$x \longmapsto \mathrm{e}^x$	$x \longmapsto \mathrm{e}^x$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \sin(x)$	$x \longmapsto -\cos(x)$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \cos(x)$	$x \longmapsto \sin(x)$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \tan(x)$	$x \longmapsto -\ln(\lvert\cos(x)\rvert)$	$]-\pi/2+k\pi, \pi/2+k\pi[,\ k \in \mathbf{Z}$
$x \longmapsto \mathrm{sh}(x)$	$x \longmapsto \mathrm{ch}(x)$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \mathrm{ch}(x)$	$x \longmapsto \mathrm{sh}(x)$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \dfrac{1}{1+x^2}$	$x \longmapsto \mathrm{Arctan}(x)$	$\mathbf{R}$
$x \longmapsto \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \longmapsto \mathrm{Arcsin}\,(x)$	$]-1, 1[$