# Interrogation n°1 - Sujet A

**Exercice 1.** Soit $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Donner la négation de l'assertion suivante :

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) \leqslant 1 \text{ et } f(x) > -2.$$

**Corrigé 1.** $\exists x \in \mathbf{R}, \quad f(x) > 1$ ou $f(x) \leqslant -2$.

**Exercice 2.** Donner (en justifiant !) la valeur de vérité de l'assertion « $(0 = 1) \Longrightarrow (1 = 1)$ ».

**Corrigé 2.** $(0 = 1)$ est fausse donc d'après la table de vérité de $\Longrightarrow$, l'assertion de l'exercice est vraie.

**Exercice 3.** Soit $P$ et $Q$ deux assertions. Donner, sans démonstration, la négation de l'assertion $(P \Longrightarrow Q)$.

**Corrigé 3.** On a $\neg(P \Longrightarrow Q) = P \wedge (\neg Q)$.

**Exercice 4.** Soit $P$ et $Q$ deux assertions. Démontrer la loi de Morgan suivante :

$$\neg(P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q).$$

**Corrigé 4.** On a

| $P$ | $Q$ | $P \vee Q$ | $\neg(P \vee Q)$ | $\neg P$ | $\neg Q$ | $(\neg P) \wedge (\neg Q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ | $F$ | $F$ | $F$ | $F$ |
| $V$ | $F$ | $V$ | $F$ | $F$ | $V$ | $F$ |
| $F$ | $V$ | $V$ | $F$ | $V$ | $F$ | $F$ |
| $F$ | $F$ | $F$ | $V$ | $V$ | $V$ | $V$ |

**Exercice 5.** Soit $x$ et $y$ deux réels. Compléter (sans démonstration) les formules d'addition suivantes, en précisant les valeurs de $x$ et de $y$ pour lesquelles elles sont valides :

$$\sin(x - y) =$$

$$\tan(x + y) =$$

**Corrigé 5.** On a $\sin(x - y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$.
Si $x$, $y$ et $x + y$ n'appartiennent pas à $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \ : \ k \in \mathbf{Z}\right\}$, alors $\tan(x + y) = \dfrac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x)\tan(y)}$.

**Exercice 6.** Soit $n$ un entier naturel et $q$ un réel différent de 1. Simplifier (sans démonstration) la somme suivante :

$$\sum_{k=0}^{n} q^k =$$

**Corrigé 6.**

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

# Interrogation n°1 - Sujet B

**Exercice 1.** Soit $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Donner la négation de l'assertion suivante :

$$\exists x \in \mathbf{R}, \quad f(x) < 1 \text{ ou } f(x) \geqslant -2.$$

**Corrigé 1.** $\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) \geqslant 1$ et $f(x) < -2$.

**Exercice 2.** Donner (en justifiant !) la valeur de vérité de l'assertion « $(2^2 < 0) \Longrightarrow (2^2 > 0)$ ».

**Corrigé 2.** $(2^2 < 0)$ est fausse donc d'après la table de vérité de $\Longrightarrow$, l'assertion de l'exercice est vraie.

**Exercice 3.** Soit $P$ et $Q$ deux assertions. Donner, sans démonstration, la négation de l'assertion $(P \Longrightarrow Q)$.

**Corrigé 3.** On a $\neg(P \Longrightarrow Q) = P \wedge (\neg Q)$.

**Exercice 4.** Soit $P$ et $Q$ deux assertions. Démontrer la loi de Morgan suivante :

$$\neg(P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q).$$

**Corrigé 4.** On a

| $P$ | $Q$ | $P \wedge Q$ | $\neg(P \wedge Q)$ | $\neg P$ | $\neg Q$ | $(\neg P) \vee (\neg Q)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $V$ | $V$ | $V$ | $F$ | $F$ | $F$ | $F$ |
| $V$ | $F$ | $F$ | $V$ | $F$ | $V$ | $V$ |
| $F$ | $V$ | $F$ | $V$ | $V$ | $F$ | $V$ |
| $F$ | $F$ | $F$ | $V$ | $V$ | $V$ | $V$ |

**Exercice 5.** Soit $x$ et $y$ deux réels. Compléter (sans démonstration) les formules d'addition suivantes, en précisant les valeurs de $x$ et de $y$ pour lesquelles elles sont valides :

$$\cos(x+y) =$$

$$\tan(x-y) =$$

**Corrigé 5.** On a $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$.
Si $x$, $y$ et $x-y$ n'appartiennent pas à $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \ : \ k \in \mathbf{Z}\right\}$, alors $\tan(x-y) = \dfrac{\tan(x) - \tan(y)}{1 + \tan(x)\tan(y)}$.

**Exercice 6.** Soit $n$ un entier naturel. Simplifier (sans démonstration) la somme suivante :

$$\sum_{k=0}^{n} k =$$

**Corrigé 6.**

$$\sum_{k=0}^{n} = \frac{n(n+1)}{2}.$$