

---

## Interrogation n°4 - Sujet A

---

- Exercice 1.** 1. Énoncer le théorème donnant la dérivée d'une composée.  
2. Soit  $f : x \mapsto \ln(\sqrt{x})$ . On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbf{R}_+^*$ . Donner l'expression de la dérivée de  $f$ .
- Corrigé 1.** 1. Soient  $E, F, G$  trois parties de  $\mathbf{R}$ ,  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux fonctions dérивables. Alors  $f \circ g$  est dérivable et
- $$(f \circ g)' = g' \times f' \circ g.$$
2. On a, pour tout  $x > 0$ ,  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$ .

- Exercice 2.** Soit  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ , avec  $a < b$ . Énoncer le théorème de la bijection dans le cas d'une fonction  $f : [a ; b[ \rightarrow \mathbf{R}$  strictement croissante.

**Corrigé 2.** Si  $f$  est continue, strictement croissante, alors  $f$  établit une bijection de  $[a ; b[$  vers  $\left[ f(a) ; \lim_{\substack{x \rightarrow b \\ x < b}} f(x) \right]$ .

- Exercice 3.** Soit  $f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R})$  une fonction bijective. Énoncer le théorème de dérivabilité de  $f^{-1}$  (autrement dit, donner une condition suffisante pour que  $f^{-1}$  soit dérivable et donner aussi l'expression de la dérivée de  $f^{-1}$ ).

**Corrigé 3.** Si  $f'$  ne s'annule pas, alors  $f^{-1}$  est dérivable et  $(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$ .

---

## Interrogation n°4 - Sujet B

---

- Exercice 1.** 1. Énoncer le théorème donnant la dérivée d'une composée.  
2. Soit  $f : x \mapsto \sqrt{\ln(x)}$ . On admet que  $f$  est dérivable sur  $]1; +\infty[$ . Donner l'expression de la dérivée de  $f$ .
- Corrigé 1.** 1. Soient  $E, F, G$  trois parties de  $\mathbf{R}$ ,  $f : E \rightarrow F$  et  $g : F \rightarrow G$  deux fonctions dérivables. Alors  $f \circ g$  est dérivable et
- $$(f \circ g)' = g' \times f' \circ g.$$
2. On a, pour tout  $x > 1$ ,  $f'(x) = \frac{1}{x} \frac{1}{2\sqrt{\ln(x)}}$ .

**Exercice 2.** Soit  $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ , avec  $a < b$ . Énoncer le théorème de la bijection dans le cas d'une fonction  $f : ]a; b] \rightarrow \mathbf{R}$  strictement croissante.

**Corrigé 2.** Si  $f$  est continue, strictement croissante, alors  $f$  établit une bijection de  $]a; b]$  vers  $\left[ \lim_{\substack{x \rightarrow a \\ x > a}} f(x); f(b) \right]$ .

**Exercice 3.** Soit  $f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R})$  une fonction bijective. Énoncer le théorème de dérivabilité de  $f^{-1}$  (autrement dit, donner une condition suffisante pour que  $f^{-1}$  soit dérivable et donner aussi l'expression de la dérivée de  $f^{-1}$ ).

**Corrigé 3.** Si  $f'$  ne s'annule pas, alors  $f^{-1}$  est dérivable et  $(f^{-1})' = \frac{1}{f' \circ f^{-1}}$ .