Interrogation n°1 - Sujet A

Exercice 1. Soit $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Donner la négation de l'assertion suivante :

$$\forall x \in \mathbf{R}, \quad f(x) \leqslant 1 \text{ et } f(x) > -2.$$

Exercice 2. Donner (en justifiant !) la valeur de vérité de l'assertion « $(0 = 1) \Longrightarrow (1 = 1)$ ».

Exercice 3. Soit P et Q deux assertions. Donner, sans démonstration, la négation de l'assertion $(P \Longrightarrow Q)$.

Exercice 4. Soit P et Q deux assertions. Démontrer la loi de Morgan suivante :

$$\neg(P \vee Q) = (\neg P) \wedge (\neg Q).$$

Exercice 5. Soit x et y deux réels. Compléter (sans démonstration) les formules d'addition suivantes, en précisant les valeurs de x et de y pour lesquelles elles sont valides :

$$\sin(x - y) =$$

$$\tan(x + y) =$$

Exercice 6. Soit n un entier naturel et q un réel différent de 1. Simplifier (sans démonstration) la somme suivante :

$$\sum_{k=0}^{n} q^k =$$

Interrogation n°1 - Sujet B

Exercice 1. Soit $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ une fonction. Donner la négation de l'assertion suivante :

$$\exists x \in \mathbf{R}, \quad f(x) < 1 \text{ ou } f(x) \geqslant -2.$$

Exercice 2. Donner (en justifiant !) la valeur de vérité de l'assertion « $(2^2 < 0) \Longrightarrow (2^2 > 0)$ ».

Exercice 3. Soit P et Q deux assertions. Donner, sans démonstration, la négation de l'assertion $(P \Longrightarrow Q)$.

Exercice 4. Soit P et Q deux assertions. Démontrer la loi de Morgan suivante :

$$\neg(P \wedge Q) = (\neg P) \vee (\neg Q).$$

Exercice 5. Soit x et y deux réels. Compléter (sans démonstration) les formules d'addition suivantes, en précisant les valeurs de x et de y pour lesquelles elles sont valides :

$$\cos(x+y) =$$

$$\tan(x-y) =$$

Exercice 6. Soit n un entier naturel. Simplifier (sans démonstration) la somme suivante :

$$\sum_{k=0}^{n} k =$$