Interrogation n°12 - Sujet A

Exercice 1. Soit $u \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$, soit $\ell \in \mathbf{R}$. Donner la définition de l'assertion « $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell.$ ».

Exercice 2. Donner la caractérisation « epsilonesque » de la borne supérieure d'un ensemble A majoré et non vide.

Exercice 3. Soit $A = \left\{ \frac{3}{2^n} + 1 \ : \ n \in \mathbf{N} \right\}$. Déterminer, si elles existent, les bornes supérieure et inférieure de A.

Exercice 4.

1. Calculer $\lfloor -5 \rfloor$ et $\lfloor -5,01 \rfloor$.

2. Soit $(\alpha, x) \in \mathbf{R}^2$. Déterminer l'intervalle I pour que l'équivalence suivante soit vraie :

$$\lfloor x \rfloor = \alpha \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha \in \mathbf{Z} \\ \alpha \in I \end{array} \right.$$

(on demande un résultat sans justification ici).

Interrogation n°12 - Sujet B

Exercice 1. Soit $u \in \mathbf{R}^{\mathbf{N}}$, soit $\ell \in \mathbf{R}$. Donner la définition de l'assertion « $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = \ell$. ».

Exercice 2. Donner la caractérisation « epsilonesque » de la borne inférieure d'un ensemble A minoré et non vide.

Exercice 3. Soit $A = \left\{ \frac{2}{3^n} + 2 \ : \ n \in \mathbf{N} \right\}$. Déterminer, si elles existent, les bornes supérieure et inférieure de A.

Exercice 4.

1. Calculer $\lfloor -3 \rfloor$ et $\lfloor -3,01 \rfloor$.

2. Soit $(\alpha, x) \in \mathbf{R}^2$. Déterminer l'intervalle I pour que l'équivalence suivante soit vraie :

$$\lfloor x \rfloor = \alpha \iff \begin{cases} \alpha \in \mathbf{Z} \\ \alpha \in I \end{cases}$$

(on demande un résultat sans justification ici).