Interrogation n°16 - Sujet A

Exercice 1. Soit $(a, \ell) \in \mathbf{R}^2$, $f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R})$. Définir, à l'aide de quantificateurs, l'assertion « $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \ell$ ».

Exercice 2. Déterminer si la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ est inversible. Le cas échéant, donner l'inverse de A.

Exercice 3. On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer $J \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ telle que $A = I_3 + J$.

2. Calculer J^3, et en déduire J^n pour tout $n \geqslant 3$.

3. Déterminer A^n.

Interrogation n°16 - Sujet B

Exercice 1. Soit $(a, \ell) \in \mathbf{R}^2$, $f \in \mathcal{F}(\mathbf{R}, \mathbf{R})$. Définir, à l'aide de quantificateurs, l'assertion « $\lim_{x \to a} f(x) = \ell$ ».

Exercice 2. Déterminer si la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ est inversible. Le cas échéant, donner l'inverse de A.

Exercice 3. On pose $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

1. Déterminer $J \in \mathcal{M}_3(\mathbf{R})$ telle que $A = I_3 + J$.

2. Calculer J^3, et en déduire J^n pour tout $n \geqslant 3$.

3. Déterminer A^n.