
Interrogation n°24 - Sujet A

Exercice 1. Définir les notions d'endomorphisme, d'isomorphisme et d'automorphisme d'espace vectoriel.

Exercice 2. On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{C}[X] &\longrightarrow \mathbf{C}[X] \\ P &\longmapsto (1-2X)P + X^2P' \end{aligned}$$

Démontrer que f est une application linéaire.

Exercice 3. On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^2 &\longrightarrow \mathbf{R}^3 \\ (x, y) &\longmapsto (x+y, x-y, x+y) \end{aligned}$$

On admet que f est linéaire.

1. Déterminer le noyau de f sous la forme d'un espace vectoriel engendré.

2. Déterminer, si possible, une ou plusieurs équations cartésiennes de $\text{Im}(f)$.

3. L'application f est-elle injective ? surjective ?

Interrogation n°24 - Sujet B

Exercice 1. Définir les notions d'endomorphisme, d'isomorphisme et d'automorphisme d'espace vectoriel.

Exercice 2. On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{C}[X] &\longrightarrow \mathbf{C}[X] \\ P &\longmapsto (1-2X)P + X^2P' \end{aligned}$$

Démontrer que f est une application linéaire.

Exercice 3. On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^2 &\longrightarrow \mathbf{R}^3 \\ (x, y) &\longmapsto (x+y, x-y, x+y) \end{aligned}$$

On admet que f est linéaire.

1. Déterminer le noyau de f sous la forme d'un espace vectoriel engendré.

2. Déterminer, si possible, une ou plusieurs équations cartésiennes de $\text{Im}(f)$.

3. L'application f est-elle injective ? surjective ?