

---

## Interrogation n°24 - Sujet A

---

**Exercice 1.** Définir les notions d'endomorphisme, d'isomorphisme et d'automorphisme d'espace vectoriel.

**Exercice 2.** On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{C}[X] &\longrightarrow \mathbf{C}[X] \\ P &\longmapsto (1 - 2X)P + X^2P' \end{aligned}$$

Démontrer que  $f$  est une application linéaire.

**Exercice 3.** On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^2 &\longrightarrow \mathbf{R}^3 \\ (x, y) &\longmapsto (x + y, x - y, x + y) \end{aligned}$$

On admet que  $f$  est linéaire.

1. Déterminer le noyau de  $f$  sous la forme d'un espace vectoriel engendré.

2. Déterminer, si possible, une ou plusieurs équations cartésiennes de  $\text{Im}(f)$ .

3. L'application  $f$  est-elle injective ? surjective ?

---

## Interrogation n°24 - Sujet B

---

**Exercice 1.** Définir les notions d'endomorphisme, d'isomorphisme et d'automorphisme d'espace vectoriel.

**Exercice 2.** On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{C}[X] &\longrightarrow \mathbf{C}[X] \\ P &\longmapsto (1 - 2X)P + X^2P' \end{aligned}$$

Démontrer que  $f$  est une application linéaire.

**Exercice 3.** On considère

$$\begin{aligned} f : \mathbf{R}^2 &\longrightarrow \mathbf{R}^3 \\ (x, y) &\longmapsto (x + y, x - y, x + y) \end{aligned}$$

On admet que  $f$  est linéaire.

1. Déterminer le noyau de  $f$  sous la forme d'un espace vectoriel engendré.

2. Déterminer, si possible, une ou plusieurs équations cartésiennes de  $\text{Im}(f)$ .

3. L'application  $f$  est-elle injective ? surjective ?