Interrogation n°25 - Sujet A

Exercice 1. Soit E un espace vectoriel, E_1 et E_2 deux sous-espaces vectoriels supplémentaires dans E. On note p la projection sur E_1 parallèlement à E_2 et s la symétrie par rapport à E_1 parallèlement à E_2. Donner une égalité reliant p et s.

Exercice 2. On considère

$$p : \begin{array}{ccc} \mathbf{R}^2 & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (x-y,0) \end{array}$$

On admet que p est un endomorphisme. Montrer que p est un projecteur et préciser ses éléments caractéristiques (on précisera le sous-espace vectoriel sur lequel la projection est réalisée ainsi que le sous-espace vectoriel directeur de la projection).

Exercice 3. On se place dans $\mathbf{R}_2[X]$ et on considère la famille

$$\mathcal{F} = (X^2 + 2X + 2, X^2 + 3, 2).$$

Montrer que $\mathcal{F}$ est une famille libre de $\mathbf{R}_2[X]$.

Interrogation n°25 - Sujet B

Exercice 1. Soit E un espace vectoriel, E_1 et E_2 deux sous-espaces vectoriels supplémentaires dans E. On note p la projection sur E_1 parallèlement à E_2 et s la symétrie par rapport à E_1 parallèlement à E_2. Donner une égalité reliant p et s.

Exercice 2. On considère

$$p: \begin{array}{rcl} \mathbf{R}^2 & \longrightarrow & \mathbf{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (0,-x+y) \end{array}$$

On admet que p est un endomorphisme. Montrer que p est un projecteur et préciser ses éléments caractéristiques (on précisera le sous-espace vectoriel sur lequel la projection est réalisée ainsi que le sous-espace vectoriel directeur de la projection).

Exercice 3. On se place dans $\mathbf{R}_2[X]$ et on considère la famille

$$\mathcal{F} = (X^2+4X+1, X^2+4, 1).$$

Montrer que $\mathcal{F}$ est une famille libre de $\mathbf{R}_2[X]$.