
Suites réelles et complexes

Indication 205. Il faut utiliser un deux des critères du cours.

Indication 206. Il faut déjà conjecturer la valeur M de la borne, ensuite on utilise la définition pour démontrer la conjecture faite ($\forall n \in \mathbf{N}, |u_n| \leq M$).

Indication 207. Voir dans le cours (si $u_{n+1} = f(u_n)$, le graphe de f est utile, ainsi que la première bissectrice).

Indication 208. Rien de particulier, il y a déjà des indications dans l'énoncé.

Indication 209. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 210. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 211. 1. On peut procéder par analyse/synthèse (on trouve le triplet (a, b, c) dans la phase d'analyse).
2. Il faut s'inspirer du cours sur les équations différentielles. On peut résoudre « l'équation homogène », *i.e.* chercher l'ensemble H des suites u vérifiant $u_{n+2} = 2u_{n+1} + 8u_n$ pour tout $n \in \mathbf{N}$ (suite récurrente double). Ensuite, si on note v la suite obtenue à la question 1., il faut montrer que $u \in E \iff u - v \in H \iff \exists(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2, \dots$
3. Si $u \in E$, il existe $(\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^2$ tel que... Les conditions initiales $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$ permettent de déterminer α et β .

Indication 212. Il faut revenir aux définitions. Par exemple, pour montrer que u converge vers 1, il faut montrer l'assertion suivante :

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N_\varepsilon \in \mathbf{N}, \forall n \geq N_\varepsilon, |u_n - 1| < \varepsilon.$$

Il faut donc utiliser le schéma de preuve suivant :

Soit $\varepsilon > 0$. On pose $N_\varepsilon = \dots$. Soit $n \geq N_\varepsilon$.

[...]

Donc $|u_n - 1| < \varepsilon$. On vient de montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.

Indication 213. 1. Soit $\varepsilon > 0$ convenablement choisi. On pourra démontrer qu'il existe $n_0 \in \mathbf{N}$ tel que, pour tout $n \geq n_0$,

$$0 \leq u_n \leq (k + \varepsilon)^{n-n_0} u_{n_0}.$$

2. Soit $\varepsilon > 0$ convenablement choisi. On pourra démontrer qu'il existe $n_0 \in \mathbf{N}$ tel que, pour tout $n \geq n_0$,

$$u_n \geq (k - \varepsilon)^{n-n_0} u_{n_0}.$$

Indication 214. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 215. 1. On pourra factoriser par 2^n , et utiliser la notation exponentielle.

2. On distinguera les cas $a = b$, $a > b$ et $a < b$, puis on appliquera une méthode similaire à celle de la question 1.

Indication 216. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 217. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 218. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 219. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 220. Si on veut appliquer le théorème d'encadrement pour démontrer que v converge vers 1, il faut encadrer v par deux suites qui convergent vers 1 (une suite peut être constante égale à 1...). Notons que l'hypothèse $u \in [0; 1]^{\mathbb{N}}$ signifie que $0 \leq u \leq 1$.

Indication 221. 1. Il faut démontrer une inégalité pour tout x . Il faut toujours penser dans ce cas à une étude de fonction (pas forcément le plus simple, mais c'est à essayer si on n'a pas d'idée meilleure).

2. On peut transformer $\ln \left(\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n^2} \right) \right)$. Il faut ensuite appliquer le résultat de la question précédente.

3. On a un encadrement, on demande une convergence, donc on utilise le théorème...

4. On peut composer ici.

Indication 222. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 223. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 224. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 225. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 226. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 227. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 228. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 229. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 230. 1. On peut appliquer soigneusement le théorème de la bijection.

2. Il faut utiliser ce que l'on sait, à savoir $p_{n-1}(x_{n-1}) = 0$ et $x_{n-1} \in]-1; 0[$.

Une fois l'inégalité $p_{n-1}(x_{n-1}) > 0$ obtenue, on pourra remarquer que $p_n(x_n) = 0$ et en déduire $p_{n-1}(x_{n-1}) > p_n(x_n)$. On conclut ensuite avec la stricte monotonie de p_n .

3. Il faut simplement citer les résultats obtenus avant dans le bon ordre.

4. On pourra commencer par montrer que $\ell = 1$ (par l'absurde par exemple). Puis ensuite montrer que $n(x_n + 1) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$.

5. Il faut montrer que $n^2(x_n + 1 - \frac{1}{n}) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} -3$. Le résultat de la question précédente peut être utile.

Indication 231. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 232. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 233. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 234. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 235. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 236. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 237. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 238. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 239. Il n'y a pas encore d'indication.

Indication 240. Il n'y a pas encore d'indication.