
Probabilités sur un univers fini

Indication 344. Il faut utiliser le complémentaire, l'union et l'intersection.

Indication 345. 4. On pourra écrire l'union disjointe des cas suivants : le premier pile est obtenu au premier (resp. deuxième, resp. troisième) lancer.

5. On pourra écrire l'union disjointe des cas suivants : exactement un face est obtenu, aucun face n'est obtenu.

6. Dans ce cas, on a uniquement des faces, puis uniquement des piles.

Indication 346. On pourra commencer par chercher les probabilités x et y d'obtenir une face paire et impaire respectivement.

Indication 347. Il faut soigneusement modéliser le problème (introduire l'univers Ω , la probabilité $\mathbb{P}$).

Indication 348. Relire le cours sur le dénombrement pour voir comment modéliser cette situation (les répétitions comptent dans le deux cas, mais l'ordre ne compte que dans le deuxième cas).

Indication 349. 1. Il faut choisir le premier chiffre, puis le second, etc.

2. Pour dénombrer, une stratégie est de choisir simultanément 4 chiffres tous distincts puis de les ordonner.

3. On choisit le chiffre à répéter, le chiffre seul et la position du chiffre seul.

4. Il faut choisir le premier chiffre, puis le second, etc.

Indication 350. (a) Disjoindre des cas.

(b) On peut encore disjoindre des cas (ou autrement : il y a plusieurs façons de faire ici...)

(c) Encore une fois, on peut disjoindre des cas.

Indication 351. 1. Pour chaque boule, il y a 4 possibilités, donc...

2. Combien y-a-t-il de rangements où toutes les boules sont dans la même boîte ?

3. On peut choisir les deux boîtes vides, puis placer les boules dans les boîtes restantes. Attention à ce que la stratégie pour placer les boules dans les boîtes restantes ne laisse pas de nouvelle boîte vide !

4. On peut répartir les boules comme suit, si on veut exactement une boîte vide : 3-1-1-0 ou 2-2-1-0.

5. Il faut faire le lien avec les questions précédentes.

Indication 352. On pourra supposer les dés discernables, pour être dans une situation d'équiprobabilité.

Indication 353. 1. Choisir un carré revient à choisir la valeur de la carte.

2. Événement du type « au moins un », donc il est plus rapide d'utiliser l'événement...

3. On peut choisir la valeur de la première carte, puis la couleur des cartes.

4. Rien à signaler.

5. Attention à ne pas compter des cartes deux fois. Une fois la dame et les piques choisis, attention à ne pas sélectionner de dame ou de pique en choisissant la ou les cartes restantes.

Indication 354. 1. Voir cours.

2. Traduire l'événement à l'aide d'opérations sur A et B .

Indication 355. 1. On choisit les boules aux extrémités puis les boules « centrales ».

2. Choix des deux couleurs, puis chaque boule a deux couleurs possibles (attention aux tirages monochromes!).

3. On peut utiliser le résultat de la question précédente.

Indication 356. Il faut utiliser la définition d'une probabilité conditionnelle.

Indication 357. La question 2. revient à calculer une probabilité conditionnelle. On pourra faire une disjonction de cas pour compter les mains avec au moins deux as.

Indication 358. Rien à signaler, c'est un exercice très classique sur les probabilités conditionnelles (qu'il faut absolument savoir faire!). Si vous bloquez, il peut être utile de s'aider d'un arbre de probabilité.

Indication 359. Rien à signaler. Un arbre peut aider en cas de blocage.

Indication 360. Pour les questions 1. et 2., il faut utiliser les définitions et la formule de Poincaré. Pour 3. si $A \subset B$, alors $A \cup B = \dots$

Indication 361. On pourra introduire B_i l'événement « au i -ième tirage, on obtient la boule blanche ».

1. Voir formule des probabilités composées.
2. Traduire l'événement à l'aide d'opérations sur B_i , la réponse vient ensuite assez naturellement.
3. Reprendre la méthode de la question 1.
4. Faire le lien avec les questions précédentes.

Indication 362. Rien de particulier : revoir les définitions.

Indication 363. Si N = « la face observée est noire » et C_i = « on tire la i -ième carte décrite dans l'énoncé », il faut calculer ... Pour mener à bien ce calcul, il faut déterminer $\mathbb{P}(N)$. Pour cela, deux approches possibles : la formule des probabilités totales, ou considérer l'expérience aléatoire « on tire une face au hasard ».

Indication 364. La question 1. est immédiate. Pour la question 2., il faut bien modéliser l'expérience à l'aide de probabilités conditionnelles, et il n'y a pas de problème particulier (même si la réponse peut surprendre si l'on a pas trop réfléchi à la situation avant...)

Indication 365. 1. La réponse est directement dans l'énoncé.

2. On peut introduire A_n = « la place est réservée au jour n » et traduire les données de l'énoncé.
3. On a une suite arithmético-géométrique, donc on sait déterminer son terme général.
4. Immédiat.

Indication 366. 1. On peut par exemple noter A_n (resp. B_n et C_n) l'événement « l'oeuf pondu au n -ième jour est de calibre A (resp. B et C) ». On peut ensuite appliquer la formule des probabilités totales : $\mathbb{P}(A_{n+1}) = \dots$

2. Rien à signaler.
3. Pour calculer J^k , on pourra commencer par faire une conjecture (classique). Le reste est aussi un classique calcul de puissance.
4. (X_n) est une suite géométrique...

Indication 367. On note R_i = « on a obtenu rouge au i -ième lancer », N_i = « on a obtenu noir au i -ième lancer », A = « on a utilisé le dé A » et B = « on a utilisé le dé B ».

1. Rien à signaler.
2. Écrire la probabilité cherchée comme une probabilité conditionnelle. On pourra utiliser l'union disjointe :

$$R_1 \cap R_2 \cap R_3 = (A \cap R_1 \cap R_2 \cap R_3) \cup (B \cap R_1 \cap R_2 \cap R_3).$$

On notera également que $R_1 \perp\!\!\!\perp R_2$ (attention, même si on a aussi $R_1 \perp\!\!\!\perp R_3$ et $R_2 \perp\!\!\!\perp R_3$, ces relations n'entraînent pas que R_1 , R_2 et R_3 sont mutuellement indépendants, donc on n'a pas *a priori* $\mathbb{P}(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = \mathbb{P}(R_1) \times \mathbb{P}(R_2) \times \mathbb{P}(R_3)$).

3. En reprenant la méthode utilisée dans la question 2., calculer $\mathbb{P}\left(\bigcap_{k=1}^n R_k\right)$ et $\mathbb{P}\left(A \cap \bigcap_{k=1}^n R_k\right)$.

Indication 368. 1. Immédiat.

2. On peut chercher à utiliser la question précédente, on directement répondre en remarquant que toutes les boules doivent être choisies dans $\llbracket 1, k \rrbracket$.
3. On utilise la formule $\mathbb{P}(A \setminus B) = \dots$